PARAGRAAF 2.1 : LENGTE EN OPPERVLAKTE

LES 1 OPPERVLAKTE FIGUREN

OPPERVLAKTE VLAKKE FIGUREN

Er zijn een aantal formules voor de oppervlakte

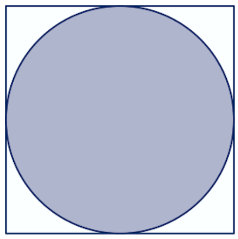
(1) Oppervlakte driehoek = ½ · basis · hoogte

(2) Oppervlakte parallellogram = basis · hoogte

(3) Oppervlakte trapezium = ½ · (basis + top) · hoogte

(4) Oppervlakte cirkel = $\pi \cdot \text{straal}^2$

VOORBEELD 1



Gegeven is een vierkant met zijde 10 met daarin een cirkel.

Bereken de oppervlakte van het wit gekleurde gebied binnen het vierkant.

OPLOSSING 1

Opp vierkant = $10 \cdot 10 = 100$

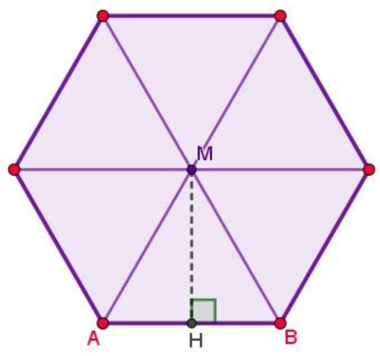
Opp cirkel = $\pi \cdot 5^2 = 25\pi$

Opp gekleurd gebied = $100 - 25\pi = 21{,}46$

LES 2 : REGELMATIGE N-HOEK

VOORBEELD 1

Bereken de oppervlakte van een regelmatige zeshoek met lengte zijde AB = 10.



OPLOSSING 1

Een regelmatige zeshoek bestaat uit 6 driehoekjes

(1) $\angle AMB = \frac{360}{6} = 60$ dus $\angle AMH = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30$

(2) $AB = 10$ dus $AH = 5$

(3) $\tan(\angle A) = \frac{AH}{MH}$

$\tan(30) = \frac{5}{MH}$

(4) $MH = \frac{5}{\tan(30)} \approx 8{,}66..$

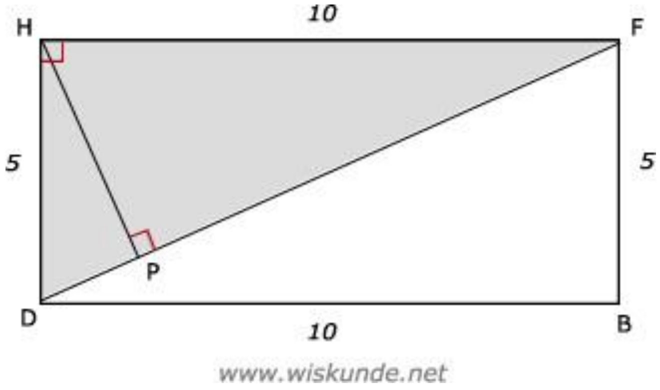
(5) $Opp\ \Delta ABH = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8{,}66.. = 43{,}30\ ...$

(6) $Opp\ zeshoek = 6 \cdot Opp\ \Delta ABH = 6 \cdot 43{,}30.. = 259{,}81$

LES 3 : DE ZIJDE – HOOGTEMETHODE

VOORBEELD 1

Gegeven is de figuur hierbeneden. Bereken de zijde HP.



OPLOSSING 1

De zijde-hoogtemethode maakt eigenlijk gebruik van het feit dat je de oppervlakte van een driehoek kunt bereken met verschillende bases.

(1) $Opp\ \triangle DFH = \frac{1}{2} \times HD \times HF = \frac{1}{2} \times FD \times HP$

(2) Bereken de ontbrekende zijde :

$DF^2 = BD^2 + BF^2$

$DF^2 = 10^2 + 5^2 = 125$

DF = √125

(3) Vul in en bereken HP :

$$Opp\ \triangle DFH \ = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = \frac{1}{2} \times \sqrt{125} \times HP$$

$$HP = \frac{50}{\sqrt{125}}$$

OPMERKING

Omdat aan beide zijden de half kan worden weggelaten, hoef je die in de berekening niet mee te nemen (maar maakt het wel duidelijker).

PARAGRAAF 2.3 OPPERVLAKTE VAN RUIMTEFIGUREN

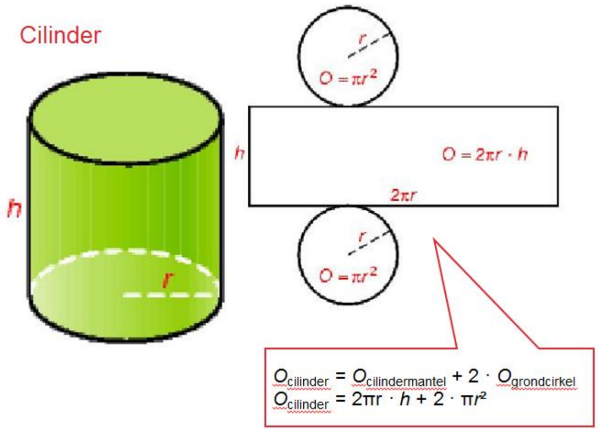
LES 1 : OPPERVLAKTE CILINDER

DEFINITIE OPP CILINDER

De oppervlakte van een cilinder bestaat uit 2 verschillende delen :

(1) De oppervlakte van de twee cirkels

(2) De oppervlakte van de wand.
De lengte van de wand is precies de omtrek van de cirkel, O(wand) = $2\pi r \cdot h$



VOORBEELD 1

Bereken de oppervlakte van een cilinder met straal 5 en hoogte 20.

OPLOSSING 1

Opp cirkel = $2\pi \cdot 5^2 = 50\pi$

Opp boven en beneden = 100π

Opp wand = $2\pi \cdot 5 \cdot 20 = 200\pi$

Opp cilinder = $100\pi + 200\pi = 300\pi$

DEFINITIE OPP BOL

Oppervlakte bol = $4\pi r^2$

VOORBEELD 2

Gegeven is een bol met straal 7.

a. Bereken de oppervlakte van de bol.

Van een andere bol is de oppervlakte 70 cm^2.

b. Bereken de straal.

OPLOSSING 2

a. Oppervlakte bol $= 4\pi \cdot 72 \; = \; 196\pi \; (= 615{,}75)$

b. Oppervlakte bol $= 4\pi r^2 = 70$

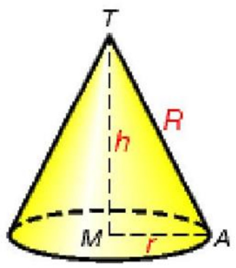
$$r^2 = 5{,}57$$

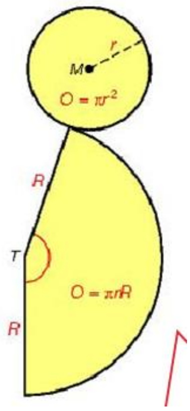
$$r = 2{,}36$$

LES 2 DE OPPERVLAKTE VAN DE KEGELMANTEL BEREKENEN

THEORIE OPPERVLAKTE KEGELMANTEL

Kegel





Hiernaast is een kegel gegeven. Eerst een paar begrippen bij de kegel :

- r = { straal van de grondcirkel }
- h = { hoogte van de grondcirkel }
- R = { straal van de uitslag }
- α = { tophoek } = $\angle MTA$

Om de oppervlakte van de uitslag te bepalen moet je weten

- Omtrek grote cirkel = $2\pi R$ { als uitslag van de hele complete cirkel }
- Omtrek grondcirkel = $2\pi r$
- Opp grote cirkel = πR^2

Nu kun je de formule voor de oppervlakte van de kegelmantel bepalen :

Opp kegelmantel = $\frac{omtrek\ deel}{omtrek\ hele\ cirkel} \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{2\pi \cdot r}{2\pi \cdot R} \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{r}{R} \cdot \pi \cdot R^2 = \pi \cdot r \cdot R$

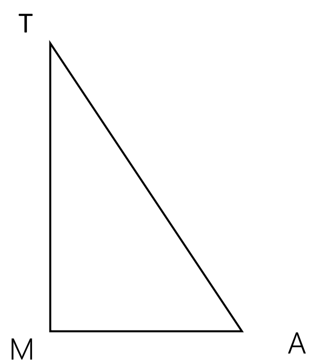
Dus **Oppervlakte kegelmantel** $= \boldsymbol{r\pi R}$

VOORBEELD 1

Gegeven is de kegel met hoogte 8 en tophoek = 70 graden.
Bereken de oppervlakte van de kegelmantel.

OPLOSSING 1

Eerst moet je r en R berekenen



$tan\ \angle T\ = \frac{AM}{TM}$

$AM\ =\ 8\ tan\ 35\ \approx\ 5{,}60$ dus $r\ =\ 5{,}60$

$cos\ \angle T\ = \frac{AM}{TA}$

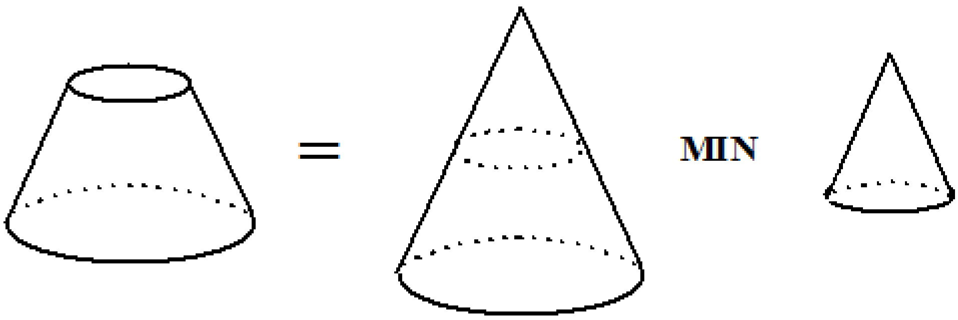
$TA\ = \frac{8}{\cos(35)} \approx 9{,}77$ dus $R\ =\ 9{,}77$

- Oppervlakte kegelmantel $= r\pi R = 5{,}60 \cdot \pi \cdot 9{,}77 = 171{,}88$

LES 3 DE OPPERVLAKTE VAN AFGEKNOTTE KEGEL BEREKENEN

THEORIE OPPERVLAKTE AFGEKNOTTE KEGEL

Om de oppervlakte van een afgeknotte kegel te berekenen, moet je de kegel helemaal afmaken. Er geldt dan :



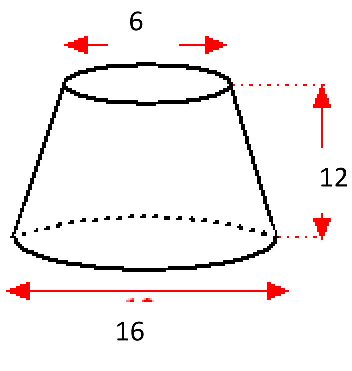
Opp afgeknotte kegelmantel = Opp totale kegelmantel – Opp top kegelmantel

De totale oppervlakte van de kegel bestaat uit de afgeknotte kegelmantel en de grondcirkel. Dus

Opp afgeknotte kegel = Opp afgeknotte kegelmantel + Opp grondcirkel

VOORBEELD 1

Gegeven is de afgeknotte kegel met hoogte 12 en diameter grondcirkel = 16 en diameter top = 6. Bereken de oppervlakte van de afgeknotte kegel.

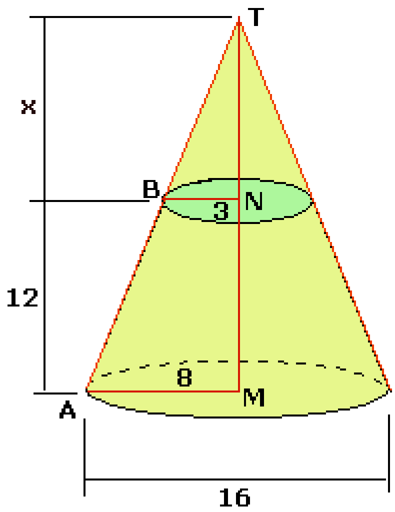


OPLOSSING 1

De oplossing bestaat uit drie delen :

1. Bereken eerst de hoogte en de R van de niet-afgeknotte kegel en van de top kegel.
2. Bereken de oppervlakte van de mantel van de niet-afgeknotte en van de top kegel.
3. Bereken de oppervlakte van de grondcirkel en van de kegelmantel van de afgeknotte kegel.

Uitvoering



1. **Bereken eerst de hoogte van de niet-afgeknotte kegel en van de top kegel.**

   Omdat geldt dat $\Delta AMT \sim \Delta BNT$ kun je werken met de verhoudingen (noem NT=x)

   $\frac{AM}{BN} = \frac{MT}{NT} \quad \rightarrow \quad \frac{8}{3} = \frac{12+x}{x}$

   $3(12 + x) = 8x$

   $36 + 3x = 8x$

   $5x = 36$

   $x = 7{,}2$

   $BT = R_{top} = \sqrt{3^2 + 7{,}2^2} = 7{,}8$

   $AT = R_{totaal} = \sqrt{8^2 + 19{,}2^2} = 20{,}8$

2. **Bereken de oppervlakte van de mantel van de niet-afgeknotte en van de top kegel.**

   $Opp\ topmantel = R\pi r = 7{,}8 \cdot \pi \cdot 3 = 23{,}4\pi$

   $Opp\ topmantel = R\pi r = 20{,}8 \cdot \pi \cdot 8 = 166{,}4\pi$

3. **Bereken de oppervlakte van de grondcirkel en van de kegelmantel van de afgeknotte kegel.**

   $Opp\ \ afgeknotte\ mantel = 166{,}4\pi - 23{,}4\pi = 143\pi$

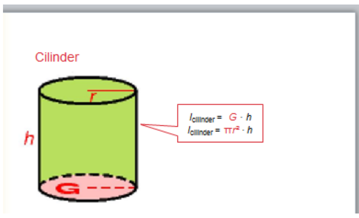
   $Opp\ \ grondcirkel = \pi \cdot 8^2 = 64\pi$

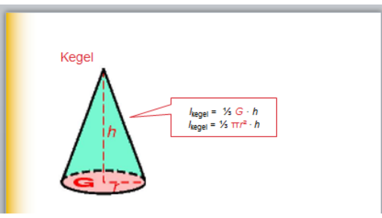
   $Opp\ \ afgeknotte\ kegel = 143\pi + 64\pi = 207\pi\ (\approx 650{,}31)$

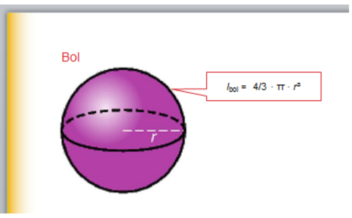
PARAGRAAF 2.4 INHOUD VAN RUIMTEFIGUREN

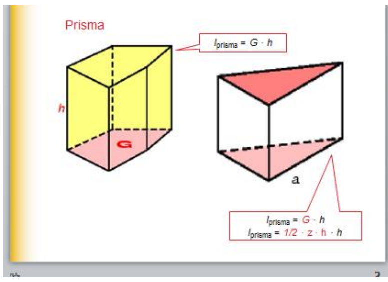
INHOUD VAN RUIMTEFIGUREN

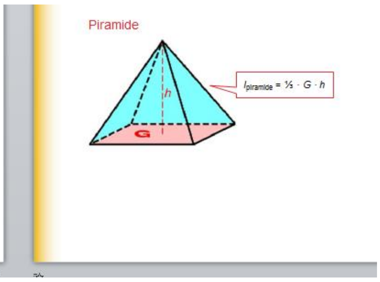
(1)	Inhoud prisma	= Opp Grondvlak · hoogte	= G · h	
(2)	Inhoud cilinder	= Opp Grondvlak · hoogte	= G · h	$= \pi r^2 h$
(3)	Inhoud piramide	$= \frac{1}{3}$ Opp Grondvlak · hoogte	$= \frac{1}{3} \cdot$ G · h	
(4)	Inhoud kegel	$= \frac{1}{3}$ Opp Grondvlak · hoogte	$= \frac{1}{3} \cdot$ G · h	$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
(5)	Inhoud bol			$= \frac{4}{3}\pi r^3$











VOORBEELD 1

Gegeven is de piramide met hoogte van 10 cm en met een vierkant grondvlak met zijde van 7 cm.
Bereken de inhoud van de piramide.

OPLOSSING 1

Oppervlakte G = $7 \cdot 7 = 49$ cm^2

Inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot$ G · h = = $\frac{1}{3} \cdot\ 49 \cdot 10 = 163\frac{1}{3}$ cm^3