PARAGRAAF 2.1 : LENGTE EN OPPERVLAKTE

LES 1 OPPERVLAKTE FIGUREN

OPPERVLAKTE VLAKKE FIGUREN

Er zijn een aantal formules voor de oppervlakte

(1) Oppervlakte driehoek = ½ · basis · hoogte

(2) Oppervlakte parallellogram = basis · hoogte

(3) Oppervlakte trapezium = ½ · (basis + top) · hoogte

(4) Oppervlakte cirkel = π · straal ^{2}

THEORIE GELIJKVORMIGHEID

- Twee driehoeken zijn gelijkvormig als twee hoeken gelijk zijn.
- Notatie : $\triangle ABC \propto \triangle PQR$
- D.w.z. dat $\angle A = \angle P$; $\angle B = \angle Q$; $\angle C = \angle R$. (Dus let op de volgorde !!!)
- Om zijden te berekenen maak je een gelijkvormigheidsschema :

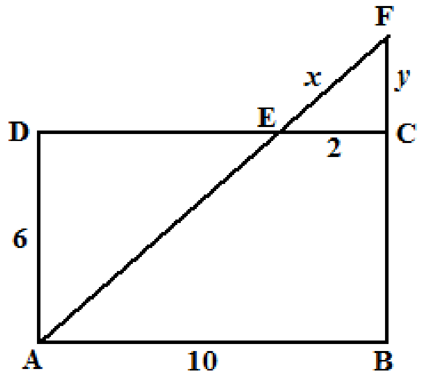
AB = …	AC = …	BC = …
PQ = …	PR = …	QR = …

VOORBEELD 1

Gegeven is rechthoek ABCD met uitbreiding.

a. Toon aan dat $\triangle ADE$ en $\triangle EFC$ gelijkvormig zijn.

b. Bereken y en x



ABCD is een rechthoek

OPLOSSING 1

a. $\angle A = \angle F \ (Z - hoek)$

$\angle D = \angle C = 90$

Dus $\triangle ADE \propto \triangle FCE$

b. Maak een gelijkvormigheidsschema.

AD = 6	AE =	DE = 8
FC = y	FE = x	CE = 2

(1) Je kunt nu berekenen dat $y = \frac{6 \cdot 2}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{1}{2}$

(2) Om x te berekenen moet je eerst Pythagoras doen :

$AE^2 = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$

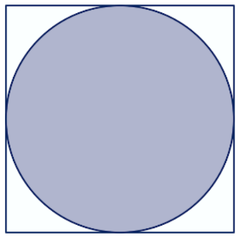
(3) Vul in :

AD = 6	AE =10	DE = 8
FC = y	FE = x	CE = 2

Je kunt nu berekenen dat $x = \frac{10 \cdot 2}{8} = \frac{20}{8} = 2\frac{1}{2}$

VOORBEELD 2

Gegeven is een vierkant met zijde 10 met daarin een cirkel.
Bereken de oppervlakte van het wit gekleurde gebied binnen het vierkant.



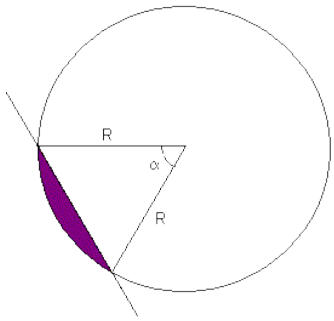
OPLOSSING 2

Opp vierkant = $10 \cdot 10 = 100$
Opp cirkel = $\pi \cdot 5^2 = 25\,\pi$
Opp gekleurd gebied = $100 - 25\,\pi = 21{,}46$

LES 2 : CIRKELSEGMENT / TAARTPUNT

VOORBEELD 1

Gegeven is de figuur hiernaast met $R = 6$ en $\alpha = 70$ graden. Bereken de oppervlakte van het paarse stuk. Rond af op twee decimalen.



OPLOSSING 1

Om de oppervlakte uit te rekenen moet je een aantal stappen doen :

(1) Opp. Paars = Opp. Cirkelsegment – Opp. Driehoek

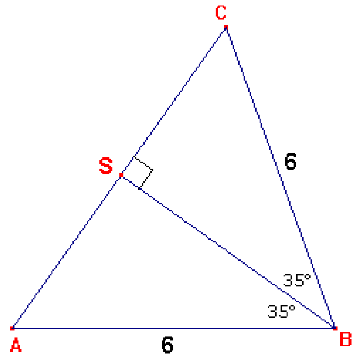
Opp. Paars = Opp. Taartpunt – Opp. Driehoek

(2) Opp. Cirkel = $\pi R^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi$

Opp taartpunt = $\frac{70}{360} \times Opp\ cirkel = \frac{70}{360} \times 36\pi = 7\pi$

(3) Opp. Driehoek ABC = $\frac{1}{2} \times BS \times AC$

- $\cos(35) = \frac{BS}{6} \rightarrow \mathrm{BS} = 6\cos(35) \quad (= 4{,}91 \ldots)$
- $\sin(35) = \frac{AS}{6} \rightarrow \mathrm{AS} = 6\sin(35) \quad (= 3{,}44 \ldots)$
- $\mathrm{AC} = 2\mathrm{AS} = 12\sin(35) \qquad (= 6{,}88 \ldots)$
- $Opp\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6\cos(35) \times 12\sin(35) = 16{,}91446717$



(4) Opp. Paars = Opp. Taartpunt – Opp. Driehoek

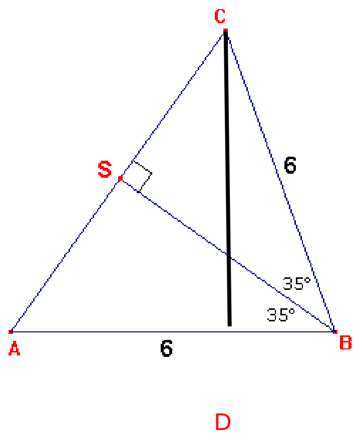
Opp. Paars = 7π - 16,91446717 = 5,08

OPMERKING

Je kunt stap (3) ook sneller doen, door de hoogtelijn vanuit punt C te nemen. Dan is

$sin(70) = \frac{CD}{6} \rightarrow CD = 6\,sin(70) \quad (= 5{,}63 \dots)$

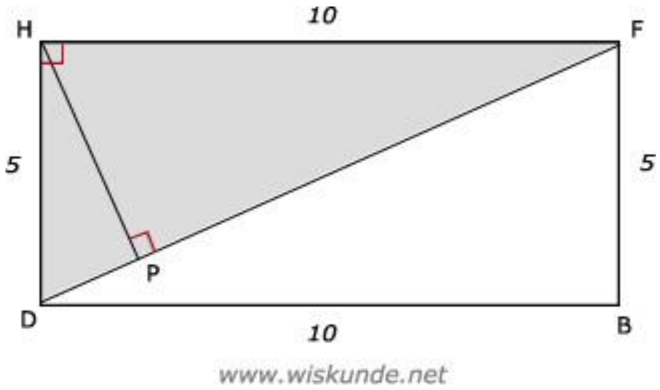
$Opp \;\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6\cos(70) \times 6 = 16{,}9144$



LES 3 : DE ZIJDE – HOOGTEMETHODE

VOORBEELD 1

Gegeven is de figuur hierbeneden. Bereken de zijde HP.



OPLOSSING 1

De zijde-hoogtemethode maakt eigenlijk gebruik van het feit dat je de oppervlakte van een driehoek kunt bereken met verschillende bases.

(1) $Opp\ \triangle DFH = \frac{1}{2} \times HD \times HF = \frac{1}{2} \times FD \times HP$

(2) Bereken de ontbrekende zijde :

DF^2 = BD^2 + BF^2

DF^2 = 10^2 + 5^2 = 125

DF = √125

(3) Vul in en bereken HP :

$$Opp\ \triangle DFH \ = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = \frac{1}{2} \times \sqrt{125} \times HP$$

$$HP = \frac{50}{\sqrt{125}}$$

OPMERKING

Omdat aan beide zijden de half kan worden weggelaten, hoef je die in de berekening niet mee te nemen (maar maakt het wel duidelijker).

PARAGRAAF 2.3 OPPERVLAKTE VAN RUIMTEFIGUREN

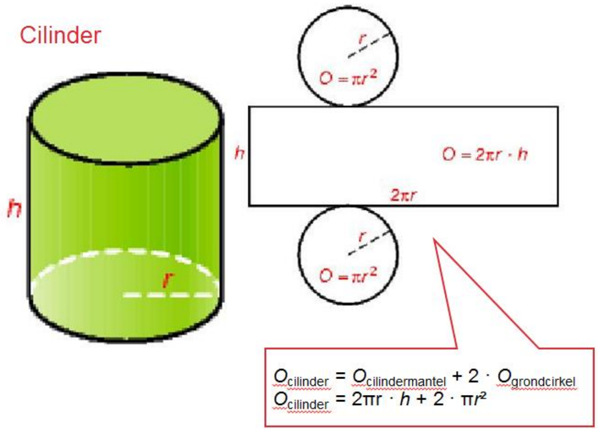
LES 1 : OPPERVLAKTE CILINDER

DEFINITIE OPP CILINDER

De oppervlakte van een cilinder bestaat uit 2 verschillende delen :

(1) De oppervlakte van de twee cirkels

(2) De oppervlakte van de wand.
De lengte van de wand is precies de omtrek van de cirkel, O(wand) = $2\pi r \cdot h$



VOORBEELD 1

Bereken de oppervlakte van een cilinder met straal 5 en hoogte 20.

OPLOSSING 1

Opp cirkel = $2\pi \cdot 5^2 = 50\pi$

Opp boven en beneden = 100π

Opp wand = $2\pi \cdot 5 \cdot 20 = 200\pi$

Opp cilinder = $100\pi + 200\pi = 300\pi$

DEFINITIE OPP BOL

Oppervlakte bol = $4\pi r^2$

VOORBEELD 2

Gegeven is een bol met straal 7.

a. Bereken de oppervlakte van de bol.

Van een andere bol is de oppervlakte 70 cm^2.

b. Bereken de straal.

OPLOSSING 2

a. Oppervlakte bol $= 4\pi \cdot 72 \; = \; 196\pi \; (= 615{,}75)$

b. Oppervlakte bol $= 4\pi r^2 = 70$

$$r^2 = 5{,}57$$

$$r = 2{,}36$$

PARAGRAAF 2.4 INHOUD VAN RUIMTEFIGUREN

INHOUD VAN RUIMTEFIGUREN

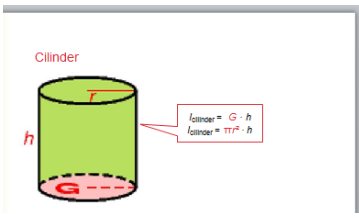
(1) Inhoud prisma = Opp Grondvlak · hoogte = G · h

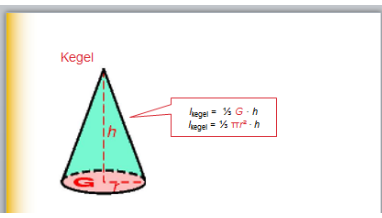
(2) Inhoud cilinder = Opp Grondvlak · hoogte = G · h $= \pi r^2 h$

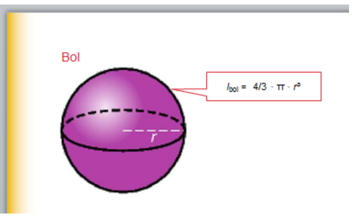
(3) Inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ Opp Grondvlak · hoogte = $\frac{1}{3}$ · G · h

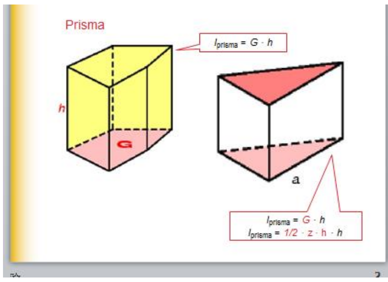
(4) Inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ Opp Grondvlak · hoogte = $\frac{1}{3}$ · G · h $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

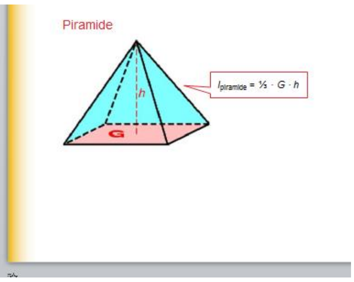
(5) Inhoud bol $= \frac{4}{3}\pi r^3$











VOORBEELD 1

Gegeven is de piramide met hoogte van 10 cm en met een vierkant grondvlak met zijde van 7 cm. Bereken de inhoud van de piramide.

OPLOSSING 1

Oppervlakte G = 7 · 7 = 49 cm²

Inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ · G · h = = $\frac{1}{3}$ · 49 · 10 = $163\frac{1}{3}$ cm³