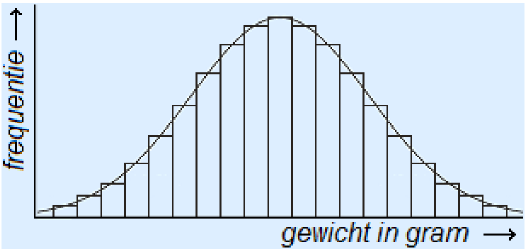
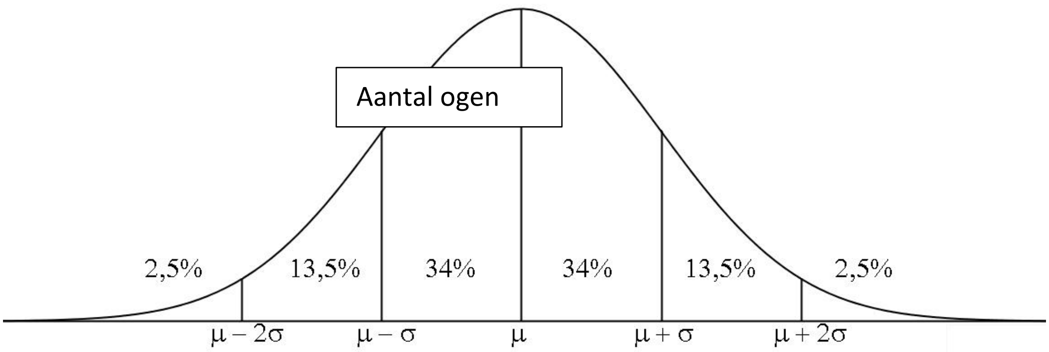
PARAGRAAF 7.2 : EIGENSCHAPPEN VAN DE NORMALE VERDELING

VOORBEELD 1

Je gooit met 2 dobbelstenen en kijkt naar de som. Als je de kansen in een staafdiagram weergeeft krijg je een soort normale verdeling / belvorm.



NORMALE VERDELING



Er geldt:

- Tussen $\mu - \sigma$ en $\mu + \sigma$ zitten 68% van de waarden
- Tussen $\mu - 2\sigma$ en $\mu + 2\sigma$ zitten 95% van de waarden

VOORBEELD 2

In een flesje bier zit gemiddeld 30cl en de standaarddeviatie is 2 cl.

a. Bereken de kans dat in een flesje minder dan 28cl zit.

b. Bereken de kans dat in een flesje meer dan 34 cl zit.

c. Bereken de kans dat in een flesje tussen de 26 en 32cl zit.

OPLOSSING 2

a. X = {aantal cl in fles }

P(X < 28) = 2,5% + 13,5% = 16% = 0,16

b. P(X > 34) = 2,5% = 0,025

c. P(26 < X < 32) = 13,5% + 68% = 81,5% = 0,815

PARAGRAAF 7.3 OPPERVLAKTEN ONDER NORMAALKROMMEN

LES 1 NORMALCDF EN INVNORM

DEFINITIES

- Bij de normale verdeling heb je altijd μ en σ nodig.
- Oppervlakte berekenen = Kans berekenen
- Kans berekenen : Normalcdf(linkergrens , rechtergrens , μ , σ)
- Knop normalcdf zit bij : distr (2nd vrs) > Normalcdf
- NOOIT normalPDF gebruiken.
- Om een grens uit te rekenen, gebruik je Invnom(linkergrens, , μ , σ)

VOORBEELD 1

In een flesje bier zit gemiddeld 30cl en de standaarddeviatie is 2 cl. De inhoud is normaal verdeeld.

a. Bereken de kans dat in een flesje minder dan 27cl zit.

b. Bereken de kans dat in een flesje meer dan 29 cl zit.

c. Bereken de kans dat in een flesje tussen de 30 en 33 cl zit.

OPLOSSING 1

a. X = {aantal cl in fles }

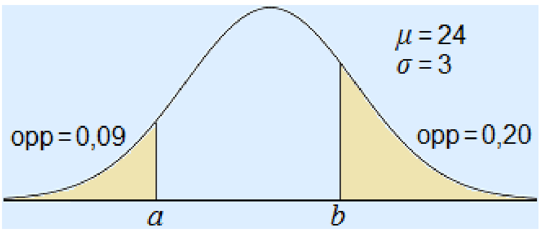
P(X < 27) = normalcdf(-10^99, 27, 30, 2) = 0,0668

b. P(X > 29) = normalcdf(29, 10^99, 30, 2) = 0,6915

c. P(30 < X < 33) = normalcdf(30, 33, 30, 2) = 0,4332

VOORBEELD 2

Bereken de grenzen a en b.



OPLOSSING 2

(1) a = invNorm(0.09, 24, 3) ≈ 20,0

(2) Links van *b* zit een oppervlakte van 1 – 0,20 = 0,80

b = invNorm(0.80, 24, 3) ≈ 26,5

LES 2 σ,μ OF DE GRENS a BEREKEN

VOORBEELD 1

De hoeveelheid werkzame stof bij een tablet is normaal verdeeld met gemiddelde 10 milligram en de $\sigma = 0{,}5$ milligram.

a. Bereken de kans dat een tablet meer dan 11 gram werkzame stof bevat.

b. Bereken hoeveel milligram werkzame stof de laagste 15% bevat ?

Van een ander medicijn is bekend dat $\sigma = 0{,}5$ milligram en dat 8% meer dan 12 milligram bevat.

c. Bereken het gemiddelde.

Van weer een ander medicijn is bekend dat $\mu = 15$ milligram en dat 25% minder dan 12 milligram bevat.

d. Bereken σ.

OPLOSSING 1

a. X = { aantal milligram werkzame stof }

P(X > 11) = normalcdf(11, 10^99, 10, 0.5) = 0,0228

b. P(X > 11) = normalcdf(-10^99, X, 10, 0.5) = 0,15

Y_1= normalcdf(-10^99, X, 10, 0.5)

Y_2= 0,15

[0,10] x [0,0.5]

Intersect geeft X = 9,48

Dus 9,48 of minder

c. P(X > 11) = normalcdf(12, 10^99, X, 0.5) = 0,08

Y_1= normalcdf(12, 10^99, X, 0.5)

Y_2= 0,08

Intersect geeft X = 11,3 dus μ = 11,3

d. P(X > 11) = normalcdf(-10^99, 12, 15, X) = 0,25

Y_1= normalcdf(-10^99, 12, 15, X)

Y_2= 0,25

[0,15] x [0,0.5]

Intersect geeft X = 4,4 dus σ = 4,4

OPMERKING:

Het boek gebruikt ook invnorm maar dit is niet nodig.

Bij vraag b is het wel wat sneller :

a = invnorm (0,15,10,0.5) = 9,48

PARAGRAAF 7.5 DE BINOMIALE EN DE NORMALE VERDELING

LES 1 BINOMIALE EN NORMALE VERDELING

HERHALING BINOMIALE VERDELING

(1) Binomiale verdeling gaat altijd over VASTE kans / MET terugleggen.

(2) P(X = k) = binompdf(n,p,k) { p = precies }

Met n = { Het aantal experimenten }

p = { de kans op succes }

k = { het aantal keren succes }

(3) P(X ≤ k) = binomcdf(n,p,k) { c = cumulatief }

VOORBEELD 1

Er zijn 10 mensen die naar een concert van Jan Smit willen. De kans dat ze een kaartje krijgen is 0,70. Bereken de kans dat

a. Er precies 7 mensen naar het concert kunnen.

b. Er hoogstens 6 mensen naar het concert kunnen.

c. Er minstens mensen naar het concert kunnen.

OPLOSSING 1

a. $P(X = 7) = \ binompdf(10, 0{,}7\ ,7) = \ 0{,}2668$

b. $P(X \leq 6) = \ binomcdf(10, 0{,}7\ ,6) = \ 0{,}3504$

c. $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \ binomcdf(10, 0{,}7\ ,2) = 0{,}9984$

VOORBEELD 2 (COMBI NORMALE EN BINOMIALE)

In een fles cola zit gemiddeld 1000 ml en $\sigma = 30$ ml. Er staan 20 flessen cola op een rij. Bereken de kans dat

a. Er 5 flessen zijn met een inhoud van meer dan 1050 ml.

b. Er meer dan 11 flessen zijn met een inhoud van minder dan 980 ml.

OPLOSSING 2

a. $P(F > 1050) = normalcdf(1050, 10^{99}, 1000{,}30) = 0{,}0478 \qquad (= p)$

$P(X = 5) = \ binompdf(20, 0{,}0478\ ,5) = 0{,}0019$

b. $P(F < 980) = normalcdf(-10^{99}, 980{,}1000{,}30) = 0{,}252 \qquad (= p)$

$P(X > 11) = 1 - P(X \leq 11) = 1 - \ binomcdf(20, 0{,}252\ ,11) = 0{,}999$

LES 2 HET VERSCHIL EN DE SOM VAN TWEE (VERSCHILLENDE) VARIABELEN

DEFINITIES

Voor de som en het verschil tussen twee normaal verdeelde (verschillende) variabelen X en Y geldt :

VERSCHIL

(1) V = { X – Y }

(2) $\mu_V = \mu_X - \mu_Y$

(3) $\sigma_V = \sqrt{{\sigma_X}^2 + {\sigma_Y}^2}$

SOM

(1) S = { X + Y }

(2) $\mu_S = \mu_X + \mu_Y$

(3) $\sigma_S = \sqrt{{\sigma_X}^2 + {\sigma_Y}^2}$

VOORBEELD 1

Een productieproces bestaat uit 2 fasen. De eerste fase duurt gemiddeld 6,3 minuten en $\sigma_1 = 0{,}8$. De tweede fase duurt gemiddeld 6,9 minuten en $\sigma_2 = 0{,}3$.

a. Bereken de kans dat de totale productietijd samen minder dan 13 minuten duurt.

b. Bereken de kans dat de tweede fase langer duurt dan de eerste fase.

OPLOSSING 1

a. **(1)** $S = P1 + P2$

(2) $\mu_S = \mu_1 + \mu_2 = 6{,}3 + 6{,}9 = 13{,}2$

(3) $\sigma_S = \sqrt{{\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2} = \sqrt{0{,}8^2 + 0{,}3^2} = \sqrt{0{,}73} \approx 0{,}854..$

(4) $P(S < 13) = normalcdf(-10\text{^}99, 13, 13.2, \sqrt{0{,}73}) = 0{,}407$

b. $P2 > P1 \rightarrow P2 - P1 > 0$

(1) $V = \{P2 - P1\}$

(2) $\mu_V = \mu_2 - \mu_1 = 6{,}9 - 6{,}3 = 0{,}6$

(3) $\sigma_V = \sqrt{{\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2} = \sqrt{0{,}8^2 + 0{,}3^2} = \sqrt{0{,}73} \approx 0{,}854..$

(4) $P(V > 0) = normalcdf(0, 10\text{^}99, 0.6, \sqrt{0{,}73}) = 0{,}759$