# Examen HAVO

# 2015

tijdvak 1
woensdag 20 mei
13.30 - 16.30 uur

## wiskunde B (pilot)

Dit examen bestaat uit 16 vragen.
Voor dit examen zijn maximaal 76 punten te behalen.
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

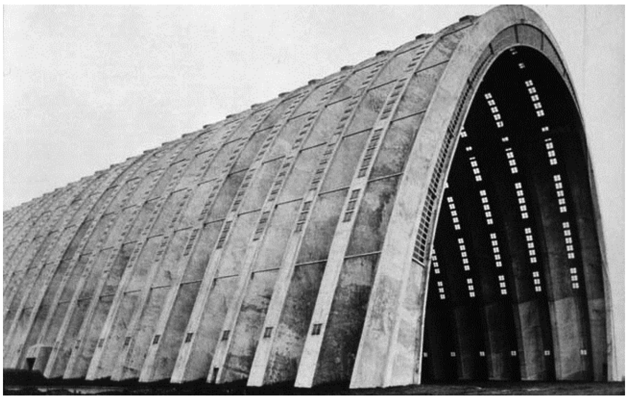
Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

## Hangar

Door constructies in de vorm van een bergparabool te gebruiken, kunnen grote gebouwen zonder inwendige steunpilaren gebouwd worden. Deze manier van bouwen werd begin vorige eeuw veel gebruikt voor de bouw van hangars, dat zijn loodsen voor bijvoorbeeld vliegtuigen. Zie de foto.

**foto**



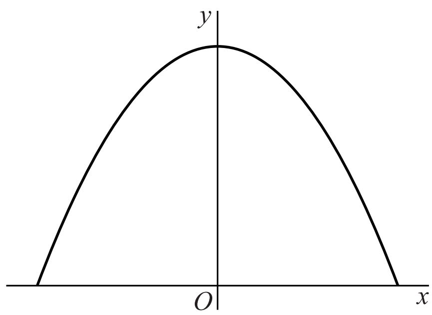
De hangar op de foto is 175 meter lang. De opening in het vooraanzicht van de hangar heeft de vorm van een parabool.

In figuur 1 zie je deze parabool in een assenstelsel waarvan de $x$-as op de grond gekozen is en de $y$-as door de top gaat. Voor de coördinaten van de punten van deze parabool geldt bij benadering de volgende formule:

$$y = -0{,}0306x^2 + 56{,}6$$

Hierbij zijn $x$ en $y$ in meter.

**figuur 1**



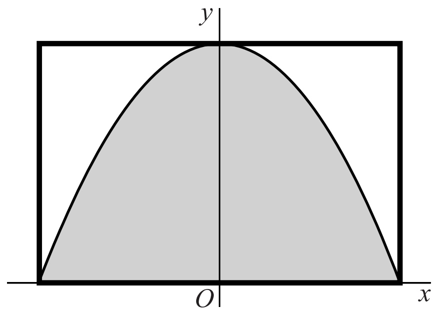

Op de grond is de breedte van de opening van de hangar ongeveer 86,0 meter.

3p **1** Laat met behulp van een berekening zien dat ook uit de formule volgt dat deze breedte ongeveer 86,0 meter is.

De inhoud van de hangar op de foto kan berekend worden met behulp van de formule $Inhoud = oppervlakte\ opening \times lengte\ hangar$ .

Voor de oppervlakte van het vlakdeel dat door de parabool en de $x$-as wordt ingesloten geldt dat deze gelijk is aan twee derde deel van de oppervlakte van de rechthoek die hier precies omheen past. Zie figuur 2.

**figuur 2**




3p **2** Bereken de inhoud van de hangar met behulp van de gegeven formule. Geef je antwoord in duizenden m$^3$ nauwkeurig.

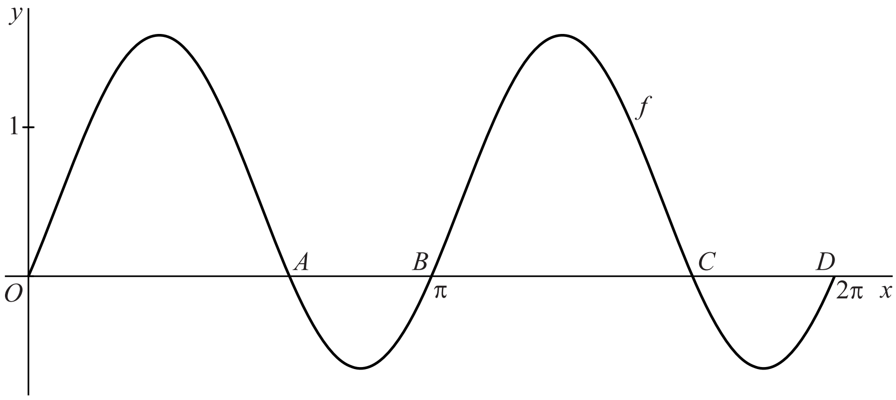
De hangar op de foto is zo groot dat zelfs een Boeing 747, lange tijd het grootste passagiersvliegtuig ter wereld, er met gemak in past.
In 2012 was de Airbus A380 het grootste passagiersvliegtuig ter wereld. De lengte van de Airbus A380 is 72,8 meter. De maximale breedte – van het ene vleugeluiteinde naar het andere – van de Airbus A380 is 79,8 meter. De hoogte boven de grond van de vleugeluiteinden is 11,0 meter.

4p **3** Onderzoek of de Airbus A380 in de lengterichting in de hangar past.

## Functie met sinus

Op het domein $[0, 2\pi]$ is de functie $f$ gegeven door $f(x) = \sin(x)\,(\sin(x) + 2\cos(x))$. Op het gegeven domein heeft de grafiek van $f$ de punten $O$, $A$, $B$, $C$ en $D$ gemeenschappelijk met de $x$-as. Zie de figuur.

**figuur**




$BC$ is bijna twee keer zo lang als $AB$.

4p **4** Bereken in twee decimalen nauwkeurig hoeveel keer zo lang $BC$ is als $AB$.

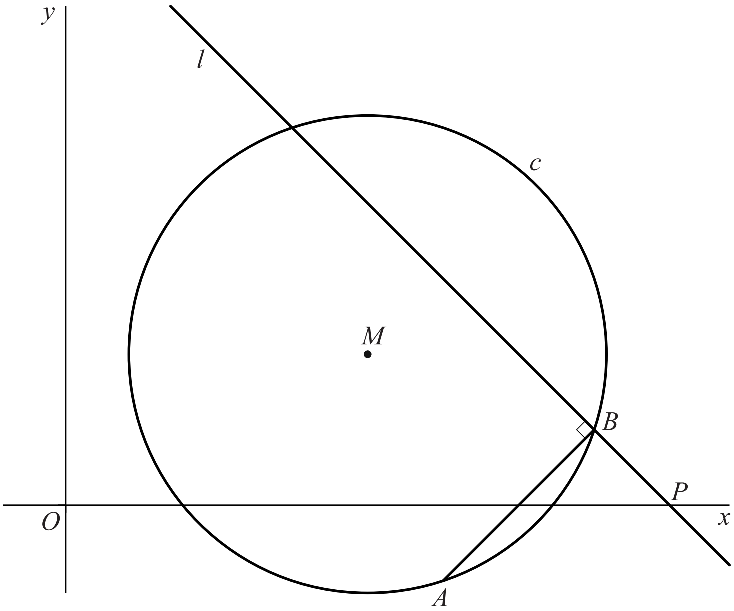
De grafiek van $f$ is te beschrijven met een formule van de vorm $y = p\sin(q(x - r)) + s$.

8p **5** Bepaal mogelijke positieve waarden van $p$, $q$, $r$ en $s$. Licht je werkwijze toe. Rond je antwoorden zo nodig af op twee decimalen.

Gegeven is cirkel $c$ met middelpunt $M(4, 2)$. Op $c$ liggen de punten $A(5, -1)$ en $B(7, 1)$.

Lijn $l$ gaat door $B$ en staat loodrecht op lijnstuk $AB$. Punt $P$ is het snijpunt van $l$ met de $x$-as. Zie figuur 1.

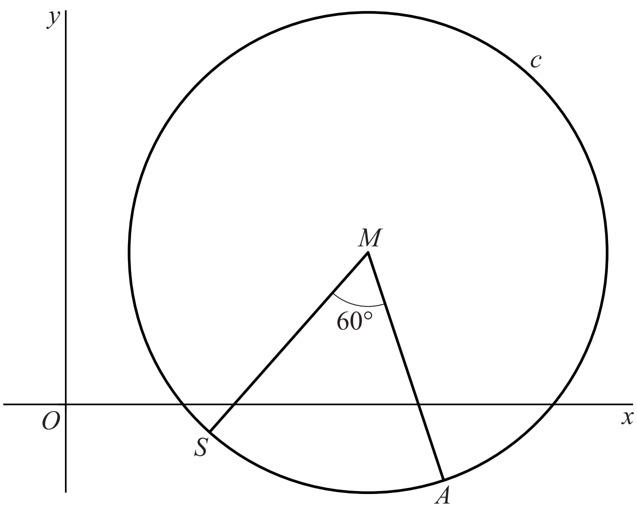
**figuur 1**




6p **6** Bereken exact de afstand van $P$ tot $c$.

Op $c$ ligt links van $A$ het punt $S$ zodanig dat $\angle AMS = 60°$. Zie figuur 2.

**figuur 2**

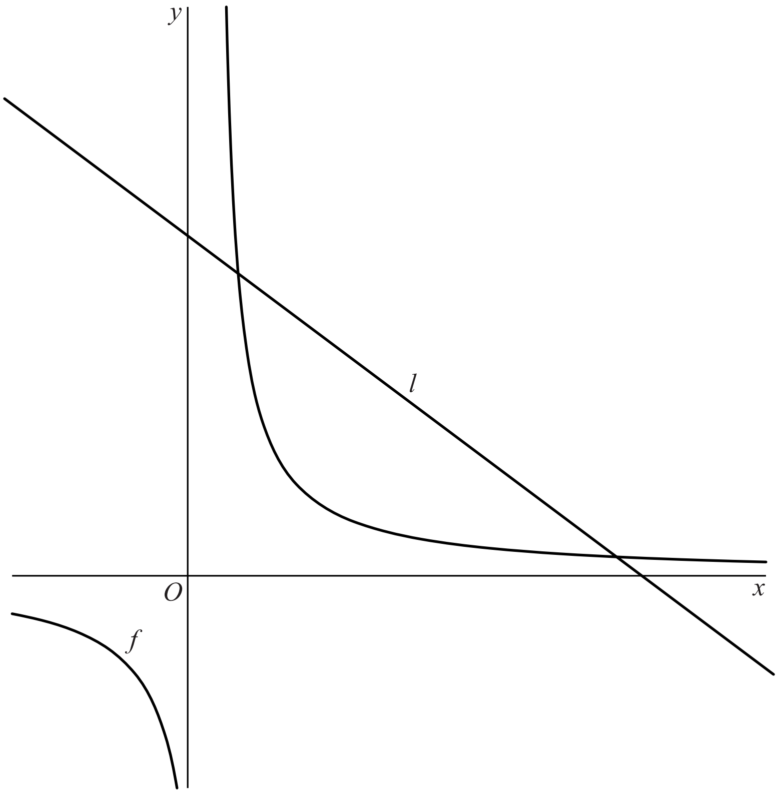



4p **7** Bereken in twee decimalen nauwkeurig de helling van lijnstuk $MS$.

## Grafiek met lijn

De functie $f$ is gegeven door $f(x) = \dfrac{4}{3x - 1}$. Bovendien is gegeven de lijn $l$ met vergelijking $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$. Zie de figuur.

**figuur**




Op de grafiek van $f$ ligt het punt $A(\frac{5}{3}, 1)$.

6p **8** Bereken exact de afstand van $A$ tot $l$.

In $A$ is de raaklijn aan de grafiek van $f$ evenwijdig aan $l$. Het punt $B$ is het andere punt op de grafiek van $f$ waarin de raaklijn aan de grafiek van $f$ evenwijdig is aan $l$.

8p **9** Bereken exact de $x$-coördinaat van $B$.

Op de foto is een bolvormige geluidsbox te zien.
We gaan ervan uit dat deze geluidsbox in alle richtingen evenveel geluid produceert. Hierbij neemt de zogeheten geluidsintensiteit af naarmate men verder van het middelpunt van de geluidsbox verwijderd is.
In deze opgave gaan we uit van een geluidsbox die in een open ruimte staat.

**foto**

Voor de geluidsintensiteit $I$ in watt per m$^2$ geldt de volgende formule: $I = \dfrac{P}{4\pi r^2}$

Hierin is $r$ de afstand in meter tot het middelpunt van de geluidsbox en $P$ is het vermogen van het door de geluidsbox geproduceerde geluid in watt.

Op 5 meter van het middelpunt van de geluidsbox wordt een geluidsintensiteit van $10^{-7}$ watt per m$^2$ gemeten.

4p **10** Bereken de geluidsintensiteit op 1 meter van het middelpunt van de geluidsbox.

Men gebruikt ook vaak het **geluidsniveau** $L$ in plaats van de geluidsintensiteit $I$ in watt per m$^2$. Het geluidsniveau $L$ wordt uitgedrukt in decibel. Het verband tussen $I$ en $L$ wordt gegeven door de formule:

$$L = 10 \cdot \log(10^{12} \cdot I)$$

Als de geluidsintensiteit tweemaal zo groot wordt, dan stijgt het geluidsniveau met een vast aantal decibel.

4p **11** Bereken dit vaste aantal decibel. Rond je antwoord af op een geheel getal.

Een bolvormige geluidsbox produceert geluid met een vermogen van 30 watt. Bij een geluidsniveau van 80 decibel of meer kan er schade aan het gehoor ontstaan.

6p **12** Bereken op algebraïsche wijze tot welke afstand vanaf het middelpunt van de geluidsbox er schade aan het gehoor kan ontstaan. Rond je antwoord af op een geheel aantal meters.

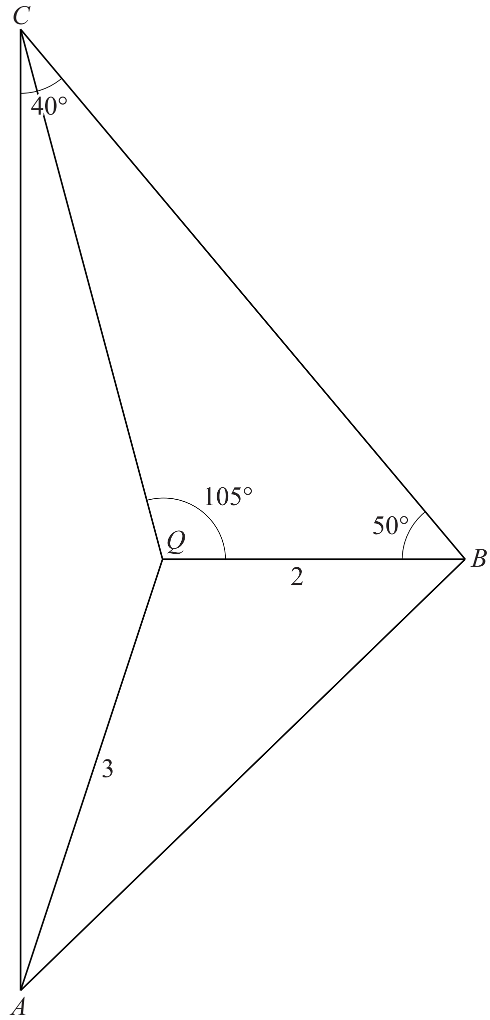
## Zijde $AC$

Gegeven is driehoek $ABC$ met punt $Q$ binnen de driehoek. Er geldt:

- $AQ = 3$;
- $BQ = 2$;
- $\angle CQB = 105°$;
- $\angle QBC = 50°$;
- $\angle ACB = 40°$.

Zie de figuur.

**figuur**

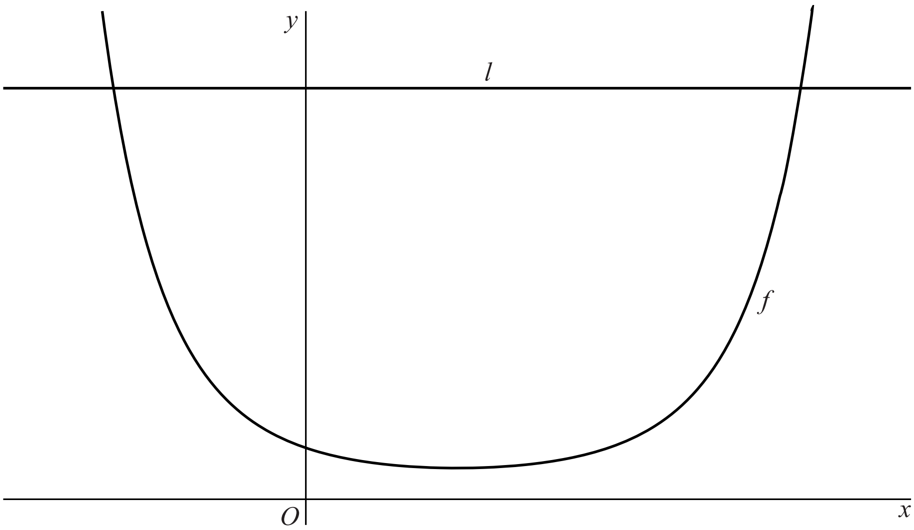



7p **13** Bereken de lengte van zijde $AC$. Rond je antwoord af op twee decimalen.

## (G)een exponentiële functie

De functie $f$ is gegeven door $f(x)=2^{\frac{1}{2}x^2-x}$. Verder is gegeven de lijn $l$ met vergelijking $y=16$. Zie de figuur.

**figuur**




De grafiek van $f$ heeft twee snijpunten met $l$.

3p **14** Bereken de $x$-coördinaten van deze punten.

De functie $f$ heeft een minimum. Als de exponent van 2 in de uitdrukking $2^{\frac{1}{2}x^2-x}$ minimaal is, dan is ook $f(x)$ minimaal.

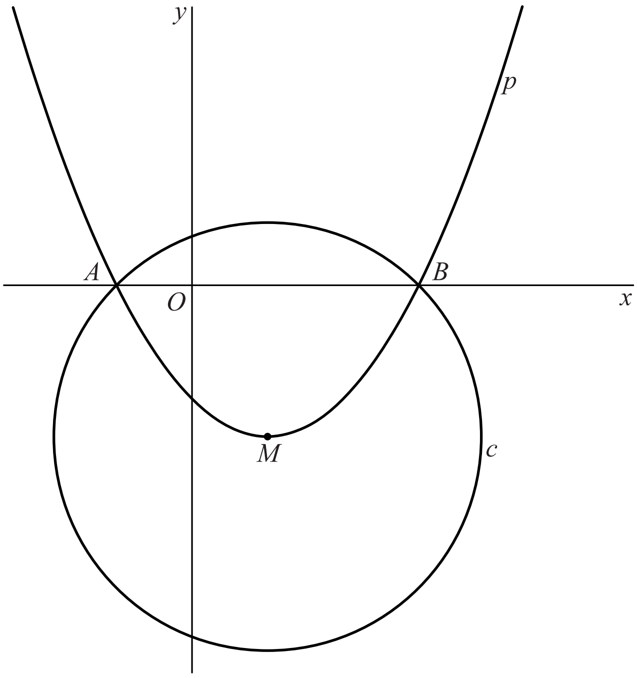
3p **15** Bereken exact het minimum van $f$.

**Let op: de laatste vraag van dit examen staat op de volgende pagina.**

## Parabool en cirkel

Cirkel $c$ met middelpunt $M$ is gegeven door $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 3$. De punten $A(-1, 0)$ en $B(3, 0)$ zijn de snijpunten van $c$ met de $x$-as. Parabool $p$ heeft de top in $M$ en snijdt de $x$-as in $A$ en $B$. Zie de figuur.

**figuur**




Parabool $p$ is de grafiek van de functie $f$.

3p **16** Stel op algebraïsche wijze een functievoorschrift van $f$ op.